

# Calcolo delle Probabilità

Corso di Laurea Specialistica in SCIENZE DELLE  
PROFESSIONI SANITARIE DELLA RIABILITAZIONE  
Corso di Laurea Specialistica in SCIENZE DELLE  
PROFESSIONI SANITARIE AREA TECNICO  
ASSISTENZIALI  
Statistica Medica

# Introduzione

La probabilità è una costruzione matematica utilizzata per prendere decisioni in condizioni di incertezza; quest'ultima interessa qualunque prova o esperimento che può dar luogo a più risultati possibili

# Introduzione

La probabilità è una costruzione matematica utilizzata per prendere decisioni in condizioni di incertezza; quest'ultima interessa qualunque prova o esperimento che può dar luogo a più risultati possibili

## Esperimento o prova

Una qualsiasi operazione il cui risultato non può essere previsto con certezza

# Introduzione

La probabilità è una costruzione matematica utilizzata per prendere decisioni in condizioni di incertezza; quest'ultima interessa qualunque prova o esperimento che può dar luogo a più risultati possibili

## Esperimento o prova

Una qualsiasi operazione il cui risultato non può essere previsto con certezza

## Evento elementare $E$

Ogni possibile risultato dell'esperimento

# Introduzione

La probabilità è una costruzione matematica utilizzata per prendere decisioni in condizioni di incertezza; quest'ultima interessa qualunque prova o esperimento che può dar luogo a più risultati possibili

## Esperimento o prova

Una qualsiasi operazione il cui risultato non può essere previsto con certezza

## Evento elementare $E$

Ogni possibile risultato dell'esperimento

## Spazio campionario $\Omega$

Insieme di tutti gli eventi elementari

# Introduzione

La probabilità è una costruzione matematica utilizzata per prendere decisioni in condizioni di incertezza; quest'ultima interessa qualunque prova o esperimento che può dar luogo a più risultati possibili

## Esperimento o prova

Una qualsiasi operazione il cui risultato non può essere previsto con certezza

## Evento elementare $E$

Ogni possibile risultato dell'esperimento

## Spazio campionario $\Omega$

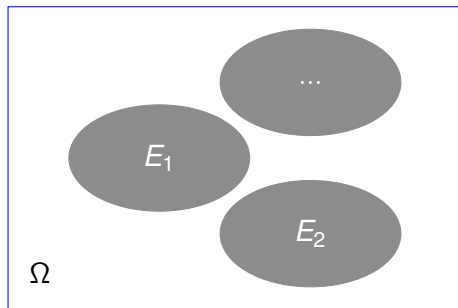
Insieme di tutti gli eventi elementari

## Lancio di un dado

Il lancio di un dado è un tipico esperimento o prova dal momento che può dar luogo a diversi risultati (le sei facce del dado) nessuno dei quali può essere previsto con certezza. In questo caso ciascuna faccia rappresenta un evento elementare e lo spazio campionario, che esaurisce per definizione è costituito dall'insieme di tutte le 6 facce.

# Algebra degli eventi

Lo spazio campionario è definito da una regione chiusa al cui interno si inscrivono gli eventi.



# Algebra degli eventi

## Negazione

Dato un evento  $E$ , l'evento complementare o *negazione*, di seguito indicato con  $\bar{E}$ , è quell'evento che si verifica ogni qual volta non si è verificato l'evento  $E$

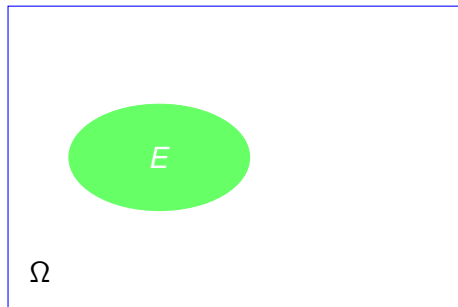
$\Omega$



# Algebra degli eventi

## Negazione

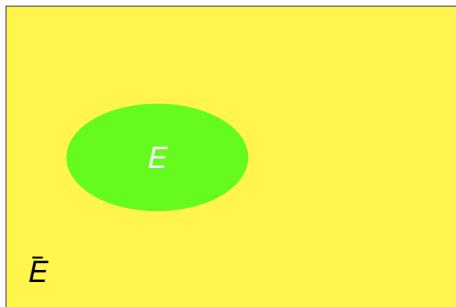
Dato un evento  $E$ , l'evento complementare o *negazione*, di seguito indicato con  $\bar{E}$ , è quell'evento che si verifica ogni qual volta non si è verificato l'evento  $E$



# Algebra degli eventi

## Negazione

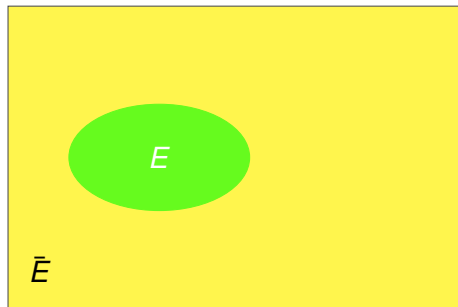
Dato un evento  $E$ , l'evento complementare o *negazione*, di seguito indicato con  $\bar{E}$ , è quell'evento che si verifica ogni qual volta non si è verificato l'evento  $E$



# Algebra degli eventi

## Negazione

Dato un evento  $E$ , l'evento complementare o *negazione*, di seguito indicato con  $\bar{E}$ , è quell'evento che si verifica ogni qual volta non si è verificato l'evento  $E$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E$ :** Uscita della faccia 3

**Evento  $\bar{E}$ :** Uscita della faccia  
 $\{1, 2, 4, 5, 6\}$

# Algebra degli eventi

## Unione

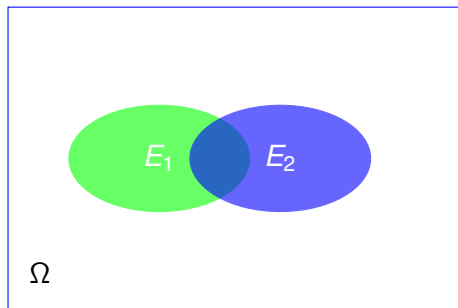
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Unione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cup E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica  $\circ$  l'evento  $E_1$ ,  $\circ$  l'evento  $E_2$   $\circ$  entrambi gli eventi

$\Omega$

# Algebra degli eventi

## Unione

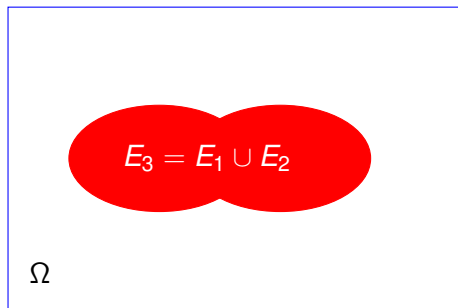
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Unione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cup E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica  $\circ$  l'evento  $E_1$ ,  $\circ$  l'evento  $E_2$   $\circ$  entrambi gli eventi



# Algebra degli eventi

## Unione

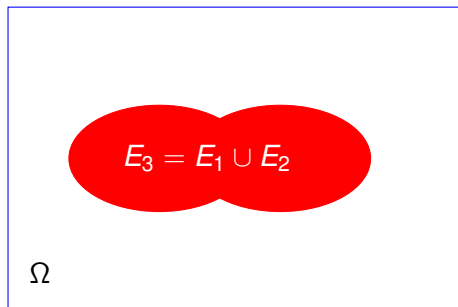
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Unione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cup E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica  $\circ$  l'evento  $E_1$ ,  $\circ$  l'evento  $E_2$   $\circ$  entrambi gli eventi



# Algebra degli eventi

## Unione

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Unione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cup E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica o l'evento  $E_1$ , o l'evento  $E_2$  o entrambi gli eventi



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita della faccia 3

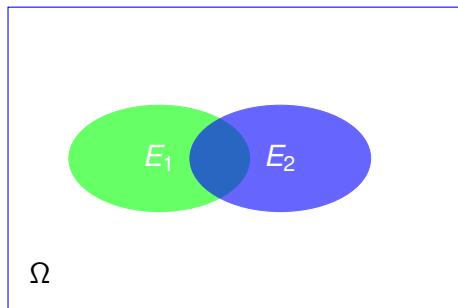
**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero dispari

**Evento  $E_3 = E_1 \cup E_2$ :** Uscita della faccia  $\{1, 3, 5\}$

# Algebra degli eventi

## Intersezione

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Intersezione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cap E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica **sia** l'evento  $E_1$ , **che** l'evento  $E_2$

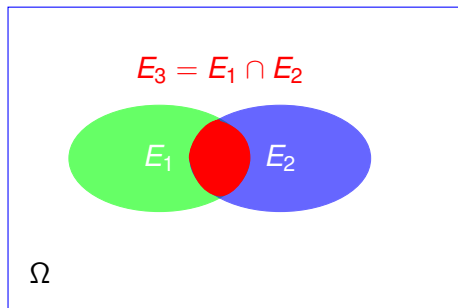




# Algebra degli eventi

## Intersezione

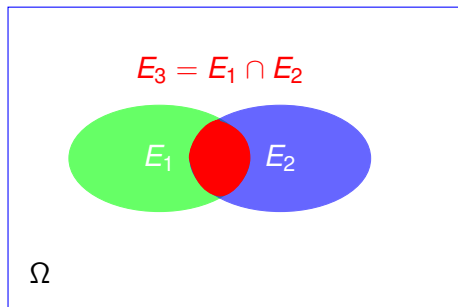
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Intersezione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cap E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica **sia** l'evento  $E_1$ , **che** l'evento  $E_2$



# Algebra degli eventi

## Intersezione

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la loro *Intersezione* genera un nuovo evento  $E_3 = E_1 \cap E_2$ , che si verifica ogni qual volta si verifica **sia** l'evento  $E_1$ , **che** l'evento  $E_2$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita di un numero  $> 3$

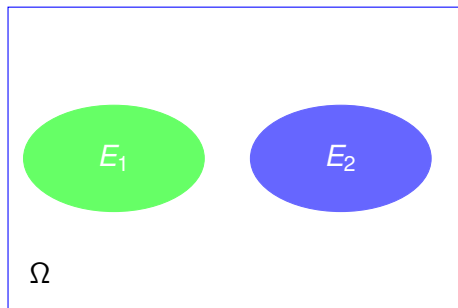
**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero dispari

**Evento  $E_3 = E_1 \cap E_2$ :** Uscita della faccia 5

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Incompatibilità

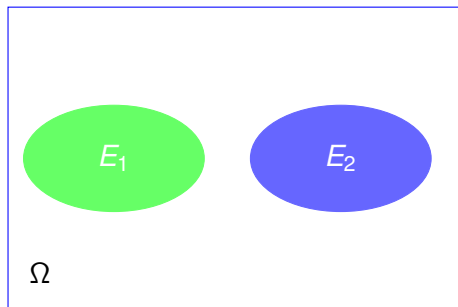
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **incompatibili** se il verificarsi dell'uno in una prova esclude la possibilità che l'altro si verifichi:  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$



# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Incompatibilità

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **incompatibili** se il verificarsi dell'uno in una prova esclude la possibilità che l'altro si verifichi:  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita di un numero  $> 5$  :  
 $\{6\}$

**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero  
dispari :  $\{1, 3, 5\}$

$E_3 = E_1 \cap E_2 = \emptyset$

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Necessarietà

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **necessari** se, in ogni prova, almeno uno deve verificarsi:  $E_1 \cup E_2 = \Omega$

$\Omega$

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Necessarietà

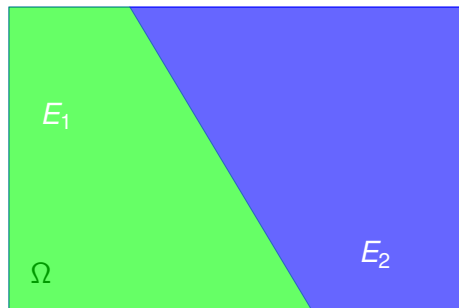
Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **necessari** se, in ogni prova, almeno uno deve verificarsi:  $E_1 \cup E_2 = \Omega$



# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Necessarietà

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **necessari** se, in ogni prova, almeno uno deve verificarsi:  $E_1 \cup E_2 = \Omega$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita di un numero pari :  
 $\{2, 4, 6\}$

**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero  
dispari :  $\{1, 3, 5\}$

$E_3 = E_1 \cup E_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Necessarietà

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **necessari** se, in ogni prova, almeno uno deve verificarsi:  $E_1 \cup E_2 = \Omega$

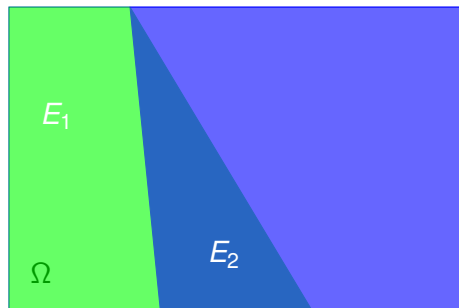
$\Omega$



# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Necessarietà

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , essi si dicono **necessari** se, in ogni prova, almeno uno deve verificarsi:  $E_1 \cup E_2 = \Omega$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita di un numero primo  
:  $\{1, 2, 3, 5\}$

**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero pari  
:  $\{2, 4, 6\}$

$E_3 = E_1 \cup E_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Inclusione

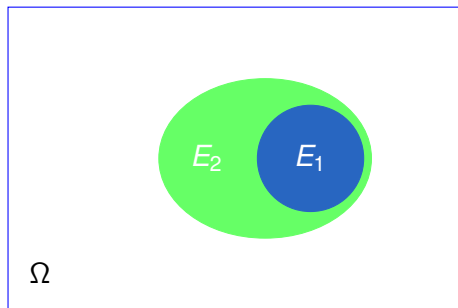
L'evento  $E_1$  è incluso nell'evento  $E_2$ , se il verificarsi di  $E_1$  implica il verificarsi di  $E_2$

$\Omega$

# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Inclusione

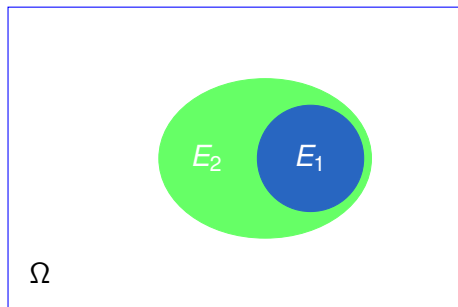
L'evento  $E_1$  è incluso nell'evento  $E_2$ , se il verificarsi di  $E_1$  implica il verificarsi di  $E_2$



# Algebra degli eventi - Relazioni tra eventi

## Inclusione

L'evento  $E_1$  è incluso nell'evento  $E_2$ , se il verificarsi di  $E_1$  implica il verificarsi di  $E_2$



## Esempio

**Esperimento:** Lancio di un dado

**Evento  $E_1$ :** Uscita di un dispari :  
 $\{1, 3, 5\}$

**Evento  $E_2$ :** Uscita di un numero primo :  
 $\{1, 2, 3, 5\}$

**N.B.** L'inclusione non è una relazione simmetrica.

# Definizioni di Probabilità

La probabilità è un **concetto primitivo**, perché innato e sempre presente nelle regole di comportamento dell'essere umano;

D'altra parte, la probabilità è una **misura**, perché associa al concetto primitivo una valutazione numerica

# Definizioni di Probabilità

La probabilità è un **concetto primitivo**, perché innato e sempre presente nelle regole di comportamento dell'essere umano;

D'altra parte, la probabilità è una **misura**, perché associa al concetto primitivo una valutazione numerica

## Definizione Classica

Dato un esperimento ed un evento  $E$  (sia esso elementare o composto), la probabilità di  $E$ ,  $P(E)$  è il rapporto tra il numero di esiti favorevoli e il numero di esiti possibili, posto che tutti i risultati siano ugualmente possibili.

# Definizioni di Probabilità

La probabilità è un **concetto primitivo**, perché innato e sempre presente nelle regole di comportamento dell'essere umano;

D'altra parte, la probabilità è una **misura**, perché associa al concetto primitivo una valutazione numerica

## Definizione Classica

Dato un esperimento ed un evento  $E$  (sia esso elementare o composto), la probabilità di  $E$ ,  $P(E)$  è il rapporto tra il numero di esiti favorevoli e il numero di esiti possibili, posto che tutti i risultati siano ugualmente possibili.

## Definizione Frequentista

In  $n$  esperimenti, tutti effettuati nelle medesime condizioni, la probabilità di un evento  $E$  è il limite cui tende la frequenza relativa dell'evento al crescere del numero di prove.

# Definizioni di Probabilità

La probabilità è un **concetto primitivo**, perché innato e sempre presente nelle regole di comportamento dell'essere umano;

D'altra parte, la probabilità è una **misura**, perché associa al concetto primitivo una valutazione numerica

## Definizione Classica

Dato un esperimento ed un evento  $E$  (sia esso elementare o composto), la probabilità di  $E$ ,  $P(E)$  è il rapporto tra il numero di esiti favorevoli e il numero di esiti possibili, posto che tutti i risultati siano ugualmente possibili.

## Definizione Frequentista

In  $n$  esperimenti, tutti effettuati nelle medesime condizioni, la probabilità di un evento  $E$  è il limite cui tende la frequenza relativa dell'evento al crescere del numero di prove.

## Definizione Soggettivista

...



# Assiomi della Probabilità

Qualunque sia la definizione utilizzata, la misura della probabilità deve soddisfare a tre fondamentali assiomi che definiscono

- 1  $0 \leq P(E_i) \leq 1 \quad \forall E_i \in \Omega$
- 2  $P(\Omega) = 1$
- 3 ...

La probabilità è un numero non negativo e non maggiore di 1

La probabilità associata all'intero spazio campionario è pari a 1

## Un esempio

Sono stati analizzati 2400 soggetti di una ipotetica popolazione; su ciascuno di questi è stato valutata l'esito di un test psicometrico l'AACHENER APHASIE TEST - AAT) per la diagnosi funzionale di Afasia e la reale presenza di deficit afasici del linguaggio. I risultati sono stati sintetizzati nella seguente tabella.

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

# Probabilità di eventi elementari

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

●  $P(\text{Afasia Si}) =$

# Probabilità di eventi elementari

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

- $P(\text{Afasia Si}) = \frac{400}{2400} = 0.17$

# Probabilità di eventi elementari

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

- $P(\text{Afasia Si}) = \frac{400}{2400} = 0.17$
- $P(\text{AAT } +) = \frac{800}{2400} = 0.33$

# Probabilità di eventi elementari

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

- $P(\text{Afasia Si}) = \frac{400}{2400} = 0.17$
- $P(\text{AAT } +) = \frac{800}{2400} = 0.33$
- $P(\text{Afasia No}) = \frac{2000}{2400} = 0.83$

# Probabilità di eventi elementari

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

- $P(\text{Afasia Si}) = \frac{400}{2400} = 0.17$
- $P(\text{AAT } +) = \frac{800}{2400} = 0.33$
- $P(\text{Afasia No}) = \frac{2000}{2400} = 0.83$
- $P(\text{AAT } -) = \frac{1600}{2400} = 0.67$

## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) =$$



## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT} +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT} +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Intersezione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{250}{2400}$$

## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT} +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) =$$

## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT} +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) =$$

## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) =$$

## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT } +$$

$$E_2 = \text{Afasia Sì}$$

$$P(\overline{E_1 \cap E_2}) = \frac{550 + 150 + 1450}{2400} = 0.89$$



## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT} +$

$E_2 = \text{Afasia Sì}$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) = \frac{550 + 150 + 1450}{2400} = 0.89$$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) = \frac{2400 - 250}{2400} = 1 - P(E_1 \cap E_2)$$

## Probabilità di eventi composti - Negazione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT} +$

$E_2 = \text{Afasia Sì}$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) = \frac{550 + 150 + 1450}{2400} = 0.89$$

$$P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) = \frac{2400 - 250}{2400} = 1 - P(E_1 \cap E_2)$$

Dato un evento  $E_1$ , la probabilità della sua negazione  $P(\overline{E_1})$  è pari al complemento ad 1 della probabilità dell'evento negato:

$$P(\overline{E_1}) = 1 - P(E_1)$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$P(E_1 \cup E_2) =$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) =$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000}{2400} = 1.5 ???$$

Violazione del primo assioma delle probabilità!!!

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) =$$



## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$P(E_1 \cup E_2) =$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$P(E_1 \cup E_2) =$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

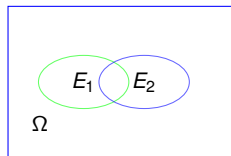
$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400



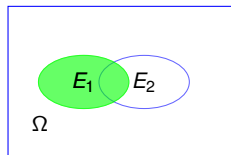
$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400



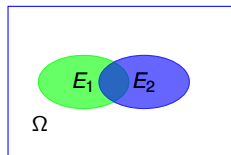
$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400



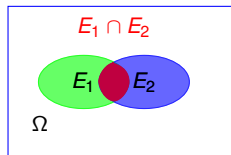
$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400



$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$



## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$

$$= P(\text{AAT -})$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$

$$= P(\text{AAT -}) + P(\text{Afasia No})$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$E_1 = \text{AAT -}$

$E_2 = \text{Afasia No}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$

$$= P(\text{AAT -}) + P(\text{Afasia No}) - P(\text{AAT -} \cap \text{Afasia No})$$

## Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$

$$= P(\text{AAT -}) + P(\text{Afasia No}) - P(\text{AAT -} \cap \text{Afasia No})$$

### Principio delle probabilità totali

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la probabilità della loro unione è pari alla somma delle probabilità degli eventi elementari meno la probabilità dell'intersezione:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

# Probabilità di eventi composti - Unione

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$E_1 = \text{AAT -}$$

$$E_2 = \text{Afasia No}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{1600 + 2000 - 1450}{2400} = 0.89$$

$$= \frac{1600}{2400} + \frac{2000}{2400} - \frac{1450}{2400} = 0.89$$

$$= P(\text{AAT -}) + P(\text{Afasia No}) - P(\text{AAT -} \cap \text{Afasia No})$$

## Principio delle probabilità totali

Nel caso in cui i due eventi  $E_1$  ed  $E_2$  sono incompatibili e tali quindi che  $P(E_1 \cap E_2) = 0$ , allora:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

## Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

## Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

In assenza di informazioni sull'esito dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì}) = \frac{400}{2400} = 0.17$$

## Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

In assenza di informazioni sull'esito dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì}) = \frac{400}{2400} = 0.17$$

Se è noto l'esito positivo dell'AAT...



# Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

L'informazione **apriori** condiziona la scelta dei casi possibili che sono ora costituiti solo dai soggetti con diagnosi positiva.

In assenza di informazioni sull'esito dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì}) = \frac{400}{2400} = 0.17$$

Se è noto l'esito positivo dell'AAT...

# Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

L'informazione **apriori** condiziona la scelta dei casi possibili che sono ora costituiti solo dai soggetti con diagnosi positiva.

In assenza di informazioni sull'esito dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì}) = \frac{400}{2400} = 0.17$$

Se è noto l'esito positivo dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT} +) = \frac{250}{800} = 0.31$$

# Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Sì	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

Coma cambia la valutazione della probabilità che un soggetto presenti disturbi afasici del linguaggio se è nota la diagnosi positiva del test AAT?

L'informazione **apriori** condiziona la scelta dei casi possibili che sono ora costituiti solo dai soggetti con diagnosi positiva.

In assenza di informazioni sull'esito dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì}) = \frac{400}{2400} = 0.17$$

Se è noto l'esito positivo dell'AAT...

$$P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT} +) = \frac{250}{800} = 0.31$$



Probabilità **condizionata** di essere affetti da disturbi afasici **dato che** l' AAT è risultato positivo

## Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$\begin{aligned}P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT } +) &= \frac{250}{800} = 0.31 \\ &= \frac{250/2400}{800/2400}\end{aligned}$$

## Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$\begin{aligned} P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT} +) &= \frac{250}{800} = 0.31 \\ &= \frac{250/2400}{800/2400} = \frac{P(\text{Afasia Sì} \cap \text{AAT} +)}{P(\text{AAT} +)} \end{aligned}$$

# Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$\begin{aligned} P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT} +) &= \frac{250}{800} = 0.31 \\ &= \frac{250/2400}{800/2400} = \frac{P(\text{Afasia Sì} \cap \text{AAT} +)}{P(\text{AAT} +)} \end{aligned}$$

# Probabilità di eventi condizionati

Diagnosi AAT	Afasia		Totale
	Si	No	
+	250	550	800
-	150	1450	1600
Totale	400	2000	2400

$$\begin{aligned}P(\text{Afasia Sì} \mid \text{AAT} +) &= \frac{250}{800} = 0.31 \\ &= \frac{250/2400}{800/2400} = \frac{P(\text{Afasia Sì} \cap \text{AAT} +)}{P(\text{AAT} +)}\end{aligned}$$

## Probabilità condizionata

Dati due eventi  $E_1$  ed  $E_2$ , la probabilità che si verifichi  $E_1$  condizionato ad  $E_2$ ,  $P(E_1|E_2)$  è pari al rapporto tra la probabilità dell'**intersezione** dei due eventi e la probabilità dell'evento **condizionante**:

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

# Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta



## Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

## Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

## Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

## Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_2|E_1) \times P(E_1)$$

## Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_2|E_1) \times P(E_1)$$

Ma cosa accade se i due eventi  $E_1$  ed  $E_2$  sono tra loro **indipendenti**, se cioè il verificarsi dell'uno non ha alcuna influenza sul verificarsi o meno dell'altro???

# Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_2|E_1) \times P(E_1)$$

Ma cosa accade se i due eventi  $E_1$  ed  $E_2$  sono tra loro **indipendenti**, se cioè il verificarsi dell'uno non ha alcuna influenza sul verificarsi o meno dell'altro???

## Esempio...

$E_1$ =Uscita di testa nel secondo lancio di una moneta

$E_2$ =Uscita di testa nel primo lancio di una moneta

$$P(E_1|E_2) = P(E_1)$$

$$P(E_2|E_1) = P(E_2)$$

# Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_2|E_1) \times P(E_1)$$

## Eventi Indipendenti

$$P(E_1|E_2) = P(E_1)$$

# Relazioni tra probabilità condizionata e congiunta

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

**Eventi Indipendenti**

$$P(E_1|E_2) = P(E_1)$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2) \times P(E_2)$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_2|E_1) \times P(E_1)$$

**Eventi Indipendenti**

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$